ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Շահբազփուր Խալիլ

ԽՄԲԵՐԻՆ ԻԶՈՏՈՊ ՔՎԱԶԻԽՄԲԵՐ (ԼԱՏԻՆԱԿԱՆ ՔԱՌԱԿՈՒՍԻՆԵՐ)

Ա. 01.09 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտությամբ ֆիզիկամաթեմատիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսություն

ՍԵՂՄԱԳԻՐ

Երևան – 2008

ЕРЕВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Шахбазпур Халил

КВАЗИГРУППЫ (ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ) ИЗОТОПНЫЕ ГРУППАМ

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 «Математическая кибернетика и математическая логика"

Ереван – 2008

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Երևանի պետական համալսարանում:

Գիտական ղեկավար՝ ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Յու.Մ.Մովսիսյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Ի.Դ.Զասլավսկի

ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու Ս.Ս.Դավիդով

Առաջատար կազմակերպություն՝ ՀՀ ԳԱԱ ինֆորմատիկայի և ավտոմատացման պրոբլեմների ինստիտուտ

Պաշտպանությունը կայանալու է 2008 թ. հոկտեմբերի 24-ին ժամը 14.00-ին ԲՈՀ-ի՝ Երևանի պետական համալսարանում գործող թիվ 044 «Մաթեմատիկական կիբեռնետիկա և մաթեմատիկական տրամաբանություն» մասնագիտական խորհրդի նիստում, հետևյալ հասցեով՝ Երևան 0025, Ա.Մանուկյան 1:

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ Երևանի պետական համալսարանի գրադարանում:

Սեղմագիրն առաքված է 2008 թ. սեպտեմբերի 24-ին

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար,
ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու Վ.Ժ. Դումանյան

Тема диссертации утверждена в Ереванском государственном университете

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Ю.М.Мовсисян

Официальные опоненты: доктор физ.-мат. наук И.Д.Заславский

кандидат физ.-мат. наук С.С.Давидов

Ведущая организация: Институт проблем информатики и автоматизации НАН РА

Защита состоится 24 октября 2008 г. в 14.00 часов на заседании действующего в Ереванском государственном университете специализированного совета ВАК 044 "Математическая кибернетика и математическая логика", по адресу: Ереван 0025, ул. А.Манукяна, 1.

Сдиссертацией можно ознакомиться в библиотеке Ереванского государственного университета.

Автореферат разослан 24 сентября 2008 г.

Ученый секретарь специализированного совета
кандидат физ.-мат. наук В.Ж.Думанян

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԲՆՈՒԹԱԳԻՐԸ

Թեմայի հրատապությունը

Մեկ երկտեղ գործողությամբ $Q(\cdot)$ հանրահաշիվը կոչվում է քվազիխումբ, եթե $ax = b$ և $ya = b$ հավասարումներից յուրաքանչյուրն ունի Q-ին պատկանող միակ լուծում ցանկացած $a, b \in Q$ տարրերի համար: Միավորով քվազիխումբը կոչվում է լուպա:

Քվազիխմբի գաղափարն ունի երկու մեկնաբանություն: Առաջինը կոմբինատորային՝ լատինական քառակուսու տեսքով, իսկ երկրորդը երկրաչափական՝ ցանցերի տեսքով: Քվազիխմբի բազմապատկման (Քելիի) աղյուսակը առանց առաջին տողի և առաջին սյունյակի կոչվում է լատինական քառակուսի: Լատինական քառակուսիների վերաբերյալ առաջին խնդիրն առաջարկվել է Լ.Էյլերի կողմից, որը համարժեք է 6-րդ կարգի լատինական քառակուսիների օրթոգոնալության խնդրին: Երկու լատինական քառակուսիներ կոչվում են օրթոգոնալ, եթե այդ լատինական քառակուսիներից մեկը մյուսի վրա վերադրելով ստացվող բոլոր կարգավորված զույգերը կլինեն տարբեր: Օրինակ, դիտարկենք հետևյալ երկու երրորդ կարգի լատինական քառակուսիները՝

$$L_1 = \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{matrix}, \qquad L_2 = \begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{matrix}.$$

Եթե L_1-ը վերադրենք L_2-ի վրա կստանանք կարգավորված զույգերի հետևյալ աղյուսակը՝

00	11	22
12	20	01
21	02	10

Հետևաբար, բոլոր ստացված (a, b) ինը կարգավորված զույգերը տարբեր են, այսինքն՝ L_1-ը և L_2-ը օրթոգոնալ լատինական քառակուսիներ են:

Նշենք, որ վերջին ժամանակներս զարգացվում է դիսկրետ մաթեմատիկա՝ լատինական քառակուսիների վրա [1]: Մասնավորապես, ակտիվորեն զարգացվում է նաև կրիպտոգրաֆիա քվազիխմբերի վրա [2,3]

[1] G.L.Mullen, G.F.Laywine, Discrete Mathematics Using Latin Squares, New York, 1998.
[2] K.A.Meyer, A New Message Authentication Code Based on the Non-associativity of Quasigroups, Ph.D Dissertation, Iowa State University, Ames, Iowa, 2006.
[3] J.Denes, A.D.Keedwell, Latin Squares and Their Applications, Academic Press, New York, 1974.

Երկու բնույթի օբյեկտների համակարգը, որոնք կոչվում են գծեր և կետեր և որոնց միջև տրված է ինցիդենտության (պատկանելիության) հարաբերություն կոչվում է հանրահաշվական ցանց, եթե բավարարվում են հետևյալ պայմանները. դիցուր գծերի բազմությունը տրոհված է երեք չհատվող բազմությունների՝ (L_1, L_2, L_3): Այդ դեպքում պահանջվում է, որ

1. Տարբեր դասերի գծերը լինեն ինցիդենտ միայն մեկ կետի;
2. Յուրաքանչյուր կետ լինի ինցիդենտ միայն մեկ գծի L_i դասին պատկանող $(i = 1,2,3)$:

Գոյություն ունի բիեկտիվ համապատասխանություն ցանցերի և քվազիխմբերի միջև: Ավելի ճիշտ, ցանցը կոորդինատիզացվում է քվազիխմբի միջոցով և հակառակը, յուրաքանչյուր քվազիխումբ հանդիսանում է որևէ ցանցի կոորդինատիզացիա:

Կասենք, որ $Q(\cdot)$ քվազիխմբումը բավարարում է փակության պայմանի, եթե հետևյալ տեսքի հավասարություններից՝

$$x_{p_i} \cdot y_{q_i} = x_{r_i} \cdot y_{s_i} \quad (i = 1,2,\dots,k-1)$$

բխում են

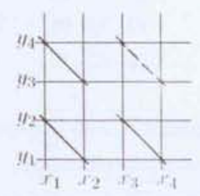
$$x_{p_j} \cdot y_{q_j} = x_{r_j} \cdot y_{s_j} \quad (j = k, k-1, \dots, n)$$

հավասարությունները, որտեղ $x_{p_j}, x_{r_j} \in \{x_{p_i}, x_{r_i}\}$, $y_{q_j}, y_{s_j} \in \{y_{q_i}, y_{s_i}\}$, $i = 1,2,\dots,k-1$ $j = k, k-1, \dots, n$:

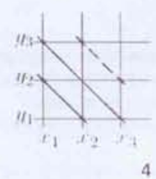
Ցանցը կոչվում է ռեգուլյար, եթե նրանում տեղի ունի որևէ փակության պայման:

Հայտնի են ցանցերի ռեգուլյարության հետևյալ երկու պայմանները, առաջինը ռեգուլյարություն ըստ Ռեյդեմեյստերի և ռեգուլյարություն ըստ Թոմսենի.

1. $(x_1y_2 = x_2y_1) \,\&\, (x_1y_4 = x_2y_3) \,\&\, (x_3y_2 = x_4y_1) \;\rightarrow\; (x_3y_4 = x_4y_3)$;



2. $(x_1y_2 = x_2y_1) \,\&\, (x_1y_3 = x_3y_1) \;\rightarrow\; (x_2y_3 = x_3y_2)$:



Տեղի ունեն հետևյալ երկու թեորեմները:

ԹԵՈՐԵՄ 1 (Ռեյդեմեյստեր): $Q(\cdot)$ քվազիխմբում տեղի ունի Ռեյդեմեյստերի պայմանը այն և միայն այն դեպքում, երբ $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է որևէ խմբի:

ԹԵՈՐԵՄ 2 (Թոմսեն): $Q(\cdot)$ քվազիխմբում տեղի ունի Թոմսենի պայմանը այն և միայն այն դեպքում, երբ $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է որևէ աբելյան խմբի:

Հանրահաշվական համակարգերի լեզվով այս երկու թեորեմները նշանակում են, որ 1) խմբերին իզոտոպ բոլոր քվազիխմբերի դասը կազմում է քվազիբազմաձևություն (ըստ Մալցևի[4]); 2) աբելյան խմբերին իզոտոպ բոլոր քվազիխմբերի դասը կազմում է քվազիբազմաձևություն:

1966թ. Վ.Դ.Բելոուսովի[5] կողմից ապացուցվում է (տես նաև[6]), որ նշված քվազիխմբերի դասերը նաև բազմաձևություններ են, այսինքն՝ դրանք բնութագրվում են նաև նույնություններով կամ փակ են հոմոմորֆիզմների, ենթահանրահաշիվների և ուղիղ արտադրյալների նկատմամբ (համաձայն Բիրկհոֆի դասական թեորեմի):

Եթե $Q(\cdot)$-ը քվազիխումբ է, ապա նշանակելով $ax = b$ հավասարման միակ լուծումը՝ $x = a \setminus b$- ով, իսկ $ya = b$ հավասարման միակ լուծումը՝ $y = b / a$- ով, ստանում ենք $Q(\cdot,\setminus,/)$ հանրահաշիվը, որը բավարարում է հետևյալ նույնություններին՝

$$x(x \setminus y) = y, \qquad x \setminus (xy) = y,$$
$$(y/x)x = y, \qquad (yx)/x = y.$$

ԹԵՈՐԵՄ 3 (Բելոուսով): $Q(\cdot)$ քվազիխումբը իզոտոպ է որևէ խմբի այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(y \setminus ((z/u)v)\right) = ((x(y \setminus z))/u)v:$$

ԹԵՈՐԵՄ 4 (Բելոուսով): $Q(\cdot)$ քվազիխումբը իզոտոպ է որևէ աբելյան խմբի այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x \setminus \left(y(u \setminus v)\right) = u \setminus \left(y(x \setminus v)\right):$$

[4] A.I.Maltsev, Algebraic Systems, Springer-Verlag, New-York, 1973.
[5] V.D Belousov, Balanced Identities on Quasigroups, Mat. Sbornic, 70(112):1, 1966.
[6] T.Kepka, J.Jezek, Quasigroups, Isotopic to Groups, Comm.Math.Univ.Carolinae,16,1(1975), 59-76.

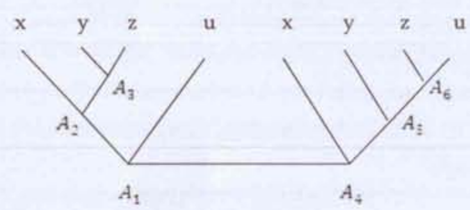
Վ.Դ.Բելոուսովի կողմից (1966թ.) առաջ է քաշվել հետևյալ խնդիրը՝ նկարագրել բոլոր այն նույնությունները, որոնք բնութագրում են խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը: Ներկա դիսերտացիան վերաբերվում է այդ խնդրին:

Աշխատանքի նպատակն ու խնդիրները

Ատենախոսության հիմնական նպատակն է ստանալ նոր նույնություններ որոնք բնութագրում են խմբերին (աբելյան խմբերին) իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը:

Հետազոտության օբյեկտը

Հետազոտության օբյեկտ են հանդիսանում խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը և չորս երկարության հավասարակշռված քվազիխմբային նույնությունները, որոնք որոշվում են հետևյալ տեսքի գրաֆով՝



Հետազոտության մեթոդները

Ատենախոսության մեջ օգտագործվում են քվազիխմբերի տեսության մեթոդները մասնավորապես կիրառվում են քվազիխմբերի և խմբերի քվազիավտոմորֆիզմների խմբերը:

Արդյունքների նորությունը

Դիսերտացիայում ապացուցվում են երկու տիպի արդյունքներ: Մի դեպքում ստացվում են նոր նույնություններ, որոնք բնութագրում են խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը, ընդ որում այդ նույնությունների կառուցվածքը ավելի պարզ է քան Բելոուսովի կողմից առաջարկված նույնությունը: Իսկ երկրորդ տիպի արդյունքում, ապացուցվում է, որ չորս երկարության հավասարակշռված նույնությունների մեջ չկա այնպիսին, որը բնութագրի խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը:

Բոլոր հիմնական արդյունքները նոր են:

Ստացված արդյունքների կիրառական նշանակությունը

Ստացված արդյունքները կարող են կիրառվել քվազիխմբերի տեսության մեջ, լատինական քառակուսիների հետազոտությունների ժամանակ և ցանցերի տեսության մեջ, ինչպես նաև հակադարձելի հանրահաշիվների իզոտոպ փակույթների բնութագրման դեպքում:

Պաշտպանության են ներկայացվում հետևյալ դրույթները

- $Q(\cdot)$ քվազիխումբը իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնություններից որևէ մեկին՝

1. $x\left(z\setminus((z/u)v)\right) = ((x(z\setminus z))/u)v,$
2. $x\left(u\setminus((z/u)v)\right) = (x(u\setminus z)/u)v,$
3. $x\left(z\setminus((u/u)v)\right) = (x(z\setminus u)/u):$

- $Q(\cdot)$ քվազիխումբը իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնություններից որևէ մեկին՝

1. $x/(y/z)\setminus u = y/((x/z)\setminus u),$
2. $x(y\setminus(zu)) = x/(z\setminus(yu)),$
3. $(x/y)z/u = ((x/u)z)/y,$
4. $(xy)/(z\setminus u) = (zy)/(x\setminus u).$

- Խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը հնարավոր չէ որոշել հետևյալ տեսքի որևէ նույնությամբ՝

$$A(B(x,C(y,z)),u) = D(x,E(y,F(z,u)))$$

որտեղ $A,B,C,D,E,F \in \{\cdot,/,\setminus\}$:

- Չորս երկարություն ունեցող հավասարակշռված նույնություններով հնարավոր չէ որոշել խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը:

Ստացված արդյունքների ապրոբացում

Ատենախոսության հիմնական արդյունքները զեկուցվել են հետևյալ միջազգային գիտաժողովներում՝ Mile High Conference on Quasigroups, Loops and Nonassociative Systems, USA 2005; CSIT-2005, Yerevan, Armenia; Conference on Universal Algebra and Lattice Theory, Szeged, Hungary, 2005; Armenian Algebra & Geometry Conference, 2007:

Հրատարակումներ

Ատենախոսության թեմայով հրապարակված են 3 գիտական հոդված:

Աշխատանքի կառուցվածքը և ծավալը

Ատենախոսությունը բաղկացած է ներածությունից, երկու գլուխներից, օգտագործված գրականության ցանկից: Աշխատանքի ծավալը 91 էջ է:

ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ներածության մեջ հիմնավորվում են ատենախոսության թեմայի արդիականությունը և հրատապությունը, ձևակերպվում են աշխատանքի նպատակները, խնդիրները և պաշտպանության ներկայացված հիմնական դրույթները:

Առաջին գլխի երկրորդ պարագրաֆում ձևակերպվում են նախնական գաղափարները և արդյունքները: Տրված են քվազիխմբի և իզոտոպիայի սահմանումները:

Թեորեմ (Բելոուսով): Եթե Q բազմության վրա տրված $A_i(i = 1,2,3,4)$ չորս քվազիխմբային գործողությունները բավարարում են զուգորդական օրենքին՝

$$A_1(A_2(x, y), z) = A_3(x, A_4(y, z)),$$

ապա յուրաքանչյուր $Q(A_i)$ քվազիխումբը իզոտոպ է միևնույն խմբին:

Առաջին գլխի երրորդ պարագրաֆում բնութագրվում են խմբերին և աբելյան խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունները:

Թեորեմ 3.1: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(z \backslash \left((z/u)v\right)\right) = ((x(z \backslash z))/u)v :$$

Թեորեմ 3.2: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(u \backslash \left((z/u)v\right)\right) = (x(u \backslash z)/u)v :$$

Թեորեմ 3.3: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(z \backslash \left((u/u)v\right)\right) = (x(z \backslash u)/u) :$$

Թեորեմ 3.4: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x(y\backslash((yy)\backslash z)u)) = ((x(y\backslash(yy)))/z)u :$$

Թեորեմ 3.5: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(y\backslash\left(((yz)/y)u\right)\right) = \left(\left(x(y\backslash(yz))\right)/y\right)u :$$

Թեորեմ 3.6: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(z\backslash\left(((yy)/y)u\right)\right) = \left(\left(x(z\backslash(yy))\right)/y\right)u :$$

Թեորեմ 3.7: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x/(y/z) \backslash u = y / ((x/z) \backslash u) :$$

Թեորեմ 3.8: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x(y \backslash (zu)) = x / (z \backslash (yu)) :$$

Թեորեմ 3.9: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$(x/y)z/u = ((x/u)z) / y :$$

Թեորեմ 3.10: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$(xy)/(z \backslash u) = (zy) / (x \backslash u) :$$

Թեորեմ 3.11: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\left(y\backslash(zu)\right) = z(y\backslash(xu)) :$$

Թեորեմ 3.12: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$((xy)/z)u = ((xu)/z)y :$$

Թեորեմ 3.13: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$(x/y)(z\backslash u) = (u/y)(z\backslash x):$$

Թեորեմ 3.14: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$(xy)/(z\backslash u) = (zy)/(x\backslash u):$$

Թեորեմ 3.15: $Q(\cdot)$ քվազիխումբն իզոտոպ է աբելյան խմբին այն և միայն այն դեպքում, եթե այն բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝

$$x\backslash\big(y(z\backslash u)\big) = z\backslash\big(y(x\backslash u)\big):$$

Երկրորդ գլխում հետազոտվում են չորս երկարություն ունեցող հավասարակշռված նույնությունները:

Առաջին պարագրաֆում նկարագրվում է խնդրի դրվածքը և ձևակերպվում է հիմնական արդյունքը:

Երկրորդ պարագրաֆում ապացուցվում են խմբերի և քվազիխմբերի քվազիավտոմորֆիզմների որոշ հատկություններ, որոնք օգտագործվում են երկրորդ գլխի հիմնական արդյունքի ապացուցման համար: $\alpha: Q \to Q$ տեղադրությունը կոչվում է $Q(\cdot)$ քվազիխմբի քվազիավտոմորֆիզմ, եթե գոյություն ունեն Q բազմության այնպիսի β, γ տեղադրություններ, որ տեղի ունի հետևյալ նույնությունը՝

$$\alpha(x\cdot y) = \beta(x)\cdot\gamma(y):$$

Այս դեպքում $T = (\alpha, \beta, \gamma)$ եռյակը կոչվում է $Q(\cdot)$ քվազիխմբի ավտոտոպիա: Տեղի ունեն հետևյալ պնդումները.

1. Եթե γ-ն $Q(\cdot)$ խմբի քվազիավտոմորֆիզմն է, ապա
$$\gamma(xy) = \gamma(x)\cdot(\gamma 1)^{-1}\cdot\gamma(y),\ x, y \in Q,$$
որտեղ 1-ը $Q(\cdot)$ խմբի միավորն է:
2. $Q(\cdot)$ խմբի բոլոր $L_a: x \to ax$ և $R_a: x \to xa$ տեղաշարժերը (տրանսլյացիաները) քվազիավտոմորֆիզմներ են:
3. $Q(\cdot)$ խմբի ավտոտոպիայի բոլոր բաղադրիչները քվազիավտոմորֆիզմներ են:
4. Եթե $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varphi$-ն Q բազմության տեղադրություններ են և $Q(\cdot)$ խումբը բավարարում է հետևյալ նույնությանը՝
$$\alpha(\beta(x\cdot y)\cdot z) = \gamma x\cdot\delta(\varphi y\cdot\sigma z)$$
ապա բոլոր $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \sigma, \varphi$ տեղադրությունները քվազիավտոմորֆիզմներ են:

$Q(\cdot)$ խմբի դեպքում քվազիավտոմորֆիզմները համընկնում են նրա հոլոմորֆիզմների հետ, իսկ քվազիավտոմորֆիզմների խումբը՝ $HolQ$ խմբի հետ[7]:

[7] S.Maclane, Homology, Springer-Verlag, 1963.

Մուֆանգի լուպաների $(xy\cdot zx = x(yz\cdot x))$ քվազիավտոմորֆիզմները հետազոտվում են[8] գրքում:

Հաջորդ ինը պարագրաֆներում ապացուցվում է երկրորդ գլխի հիմնական արդյունքը.

Թեորեմ : Խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը հնարավոր չէ բնութագրել հետևյալ տեսքի որևէ նույնությամբ՝

$$A\big(B(x, C(y, z)), u\big) = D\big(x, E\big(y, F(z, u)\big)\big)$$

որտեղ $A, B, C, D, E, F \in \{\cdot, /, \backslash\}$:

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսության մեջ կատարված ուսումնասիրությունների արդյունքում ստացվել են հետևյալ հիմնական արդյունքները:

- Խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը բնութագրվում է չորս փոփոխականներով նույնություններով:
- Աբելյան խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը բնութագրվում է չորս երկարություն ունեցող նույնություններով:
- Խմբերին իզոտոպ քվազիխմբերի բազմաձևությունը հնարավոր չէ բնութագրել 4 երկարությամբ առաջին կարգի հավասարակշռված նույնություններով:

ԱՏԵՆԱԽՈՍՈՒԹՅԱՆ ԹԵՄԱՅԻ ՇՐՋԱՆԱԿՆԵՐՈՒՄ ՀՐԱՏԱՐԱԿՎԱԾ ԱՇԽԱՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՑԱՆԿ

1. Kh.Shahbazpour, On identities of isotopy closure of variety of groups with four variables, Far East J.Math.Sci.(FJMS), 2007, p.611-619.
2. Kh.Shahbazpour, On identities of isotopy closure of variety of groups, Proceedings of the International Conference, Computer Science and Information Technologies (2005), p.117-120.

[8] Ю.М.Мовсисян, Введение в теорию алгебр со сверхтождествами, 1986.

3. Kh.Shahbazpour, An application of quasigroups in constructing secure cipher text, Far East J.Math.Sci.(FJMS), 2007, p.1-12.

Шахбазпур Халил

КВАЗИГРУППЫ (ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ) ИЗОТОПНЫЕ ГРУППАМ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований проведенных в диссертации были получены следующие основные результаты.

- Многообразие квазигрупп изотопных группам описывается тождествами с четырьмя переменными.
- Многообразие квазигрупп изотопных абелевым группам описывается тождествами длиной четыре.
- Многообразие квазигрупп изотопных группам не описываются уравновешенными тождествами первого порядка длины 4.

Khalil Shahbazpour

QUASIGROUPS (LATIN SQUARES) ISOTOPIC TO GROUPS